



# MP-TET

शिक्षक पात्रता परीक्षा

MADHYA PRADESH PROFESSIONAL EXAMINATION BOARD

प्राथमिक स्तर

भाग – 3

गणित



# गणित

---

1. Number system (संख्या पद्धति)	1
2. Decimal fraction (दशमलव भिन्ने)	14
3. LCM and HCF (महत्तम समापर्वतक एवं लघुत्तम समापर्वतक)	22
4. Statistics (सांख्यिकी)	32
5. Time, distance and train (समय, दूरी और रेलगाडी)	38
6. Percentage (प्रतिशतता)	49
7. Simple Interest (साधारण ब्याज)	64
8. Ratio and Proportion (अनुपात एवं समानुपात)	72
9. Time and Work (समय एवं कार्य)	78
10. Calendar (कैलेण्डर)	89
11. Geometry (ज्यामितीय)	96
12. Mensuration (क्षेत्रमिति)	123
13. Profit, loss and Discount (लाभ - हानि बट्टा)	184
14. Boat and stream (नाव एवं धारा)	207
15. Teaching methods of mathematics (गणित की अध्यापन विधि)	215

NUMBER SYSTEM

संख्या पद्धति

## NUMBER SYSTEM

सम संख्याये (Even numbers)  $\Rightarrow$  जो प्राकृत संख्याये 2 से पूर्णतया विभक्त हो जाये उन्हें सम संख्याये कहते हैं।

जैसे - 32, 46, 54, 90, 90 आदि

विषम संख्याये (Odd numbers)  $\Rightarrow$  जो प्राकृत संख्याये 2 से पूर्णतया विभक्त न हो जाये तो उसे विषम संख्याये कहते हैं। जैसे - 23, 25, 27, 29, 31 आदि

अभाज्य संख्याये (Prime numbers)  $\Rightarrow$  ऐसी प्राकृत संख्याये जिसके दो 0 तथा केवल दो गुणखण्ड हो। अभाज्य संख्याये कहलाती हैं। जैसे - 100 से कम सभी अभाज्य संख्याये नीची दी गई हैं।

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 इनकी संख्या 25 है।

पूर्णा संख्याये  $\Rightarrow$  (Whole numbers)

0 से अनन्त तक संख्याओं को पूर्णा संख्या कहते हैं।

{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

• सबसे छोटी पूर्णा संख्या = शून्य है।

प्राकृतिक संख्याये  $\Rightarrow$  (Natural numbers)

{1, 2, 3, 4, 5, ...  $\infty$ }

## जातीय मान (Local Value)

किसी दी संख्या में किसी अंक का जातीय मान उसका अपना मान है चाहे वह किसी भी स्थान पर क्यों न हो

जैसे - संख्या 63578 में 3 का जातीय मान 3 है  
6 का जातीय मान 6 है।

## स्थानीय मान (Place Value)

किसी की गई संख्या में -

इकाई अंक का स्थानीय मान = (इकाई अंक  $\times 1$ )

दहाई अंक का स्थानीय मान = (दहाई अंक  $\times 10$ )

सैकड़े अंक का स्थानीय मान = (सैकड़े का अंक  $\times 100$ ) आदि

उदा०  $\Rightarrow$  संख्या 32567809 में निम्न अंकों का स्थानीय मान ज्ञात कीजिये ?

(i) 3      (ii) 5      (iii) 7      (iv) 8      (v) 0

सल  $\rightarrow$  इनके तालिका में लिखने पर =

अंक	दसलाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
3	2	5	6	7	8	0	9

3 का स्थानीय मान =  $3 \times 10000000 = 30000000$

5 का स्थानीय मान =  $5 \times 100000 = 500000$

7 का स्थानीय मान =  $7 \times 1000 = 7000$

8 का स्थानीय मान =  $8 \times 100 = 800$

0 का स्थानीय मान =  $0 \times 10 = 0$

कुछ विशेष सूत्र

- (i)  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- (ii)  $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- (iii)  $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- (iv)  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- (v)  $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$
- (vi)  $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
- (vii)  $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
- (viii)  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- (ix)  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & 6704 \times 706 + 6704 \times 214 = ? \\
 & = 6704 \times (706 + 214) \\
 & = 6704 \times 1000 = \boxed{6704000}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & 0765 \times 974 - 0765 \times 074 = ? \\
 & = 0765 \times (974 - 074) \\
 & = 0765 \times 100 = \boxed{076500}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad & 1509 \times 1509 = ? \\
 & (1509)^2 = (1500 + 9)^2 \\
 & = (1500)^2 + (9)^2 + 2 \times 1500 \times 9 \quad [\because (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab] \\
 & = 2250000 + 81 + 27000 \\
 & = \boxed{2277081}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{4} \quad & 1994 \times 1994 = ? \\
 & (2000 - 6)^2 = \\
 & = (2000)^2 + 6^2 - 2 \times 2000 \times 6 \quad [\because (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab] \\
 & = 4000000 + 36 - 24000 \\
 & = 4000000 + 36 - 2400 = 4000036 - 24000 \\
 & = \boxed{3976036}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{5} \quad & 003 \times 003 - 117 \times 117 = ? \\
 & = (003)^2 - (117)^2 \quad [a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\
 & = (003 + 117) (003 - 117) \\
 & = 1000 \times 766 = \boxed{766000}
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{703 \times 703 \times 703 + 217 \times 217 \times 217}{703 \times 703 - 703 \times 217 + 217 \times 217} = ?$$

दिया गया व्यंजक =  $\frac{(703)^3 + (217)^3}{(703)^2 - 703 \times 217 + (217)^2}$

$$= \frac{(a^3 + b^3)}{(a^2 - ab + b^2)} \quad , \quad \begin{array}{l} \text{जहाँ } a = 703 \\ \text{तथा } b = 217 \end{array}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2 + b^2 - ab)}{(a^2 - ab + b^2)}$$

$$\Rightarrow (a+b) = (703 + 217) = \boxed{1000}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{693 \times 693 \times 693 - 303 \times 303 \times 303}{693 \times 693 + 693 \times 303 + 303 \times 303} = ?$$

दिया गया व्यंजक =  $\frac{(693)^3 - (303)^3}{(693)^2 + (303)^2 + (693 \times 303)}$

$$= \frac{a^3 - b^3}{a^2 + b^2 + (ab)}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + b^2 + ab)}{(a^2 + b^2 + ab)}$$

$$= (a-b)$$

$$= 693 - 303$$

$$= \boxed{390}$$



⑧  $(6 \times 8 \times 9 \times 2)$  में इकाई का अंग क्या होगा ?

हल → दी गई संख्याओं के इकाई अंकों का गुणनफल =  
 $(6 \times 8 \times 9 \times 2) = 864$

अतः अभीष्ट अंक = 4

⑨  $(3527)^{654}$  में इकाई अंक क्या होगा ?

हल → अभीष्ट अंक  $(7)^{654}$  में इकाई अंक

=  $[(7^4)^{163} \times 7^2]$  में इकाई अंक

=  $[1 \times 49]$  में इकाई अंक = 49 = 9

∴  $(3527)^{654}$  में इकाई अंक = 9.

⑩  $(765 \times 6^4 \times 357)$  में इकाई अंक क्या है ?

765 का इकाई अंक =  $(7^4)^{6 \times 7}$  का इकाई अंक  $(1 \times 7) = 7$

6<sup>4</sup> का इकाई अंक = 6

357 का इकाई अंक =  $(3^4)^{14} \times 3$  का इकाई अंक =  $(1 \times 3) = 3$

अभीष्ट अंक =  $(7 \times 6 \times 3)$  का इकाई अंक = 126 का इकाई अंक = 6

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & \left( 1\frac{1}{2} + 11\frac{1}{2} + 111\frac{1}{2} + 1111\frac{1}{2} \right) = ? \\
 & = \left( 1 + \frac{1}{2} + 11 + \frac{1}{2} + 111 + \frac{1}{2} + 1111 + \frac{1}{2} \right) \\
 & = (1 + 11 + 111 + 1111) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\
 & = (1234 + 1 + 1) \\
 & = \boxed{1236} \text{ ans}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & \left[ \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} \right] = ? \\
 & \left[ 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right] \\
 & \left[ 1 - \frac{1}{100} \right] \\
 & \text{ans } \left[ \frac{99}{100} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad & \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right) \left( 1 - \frac{1}{3^2} \right) \left( 1 - \frac{1}{4^2} \right) \dots \left( 1 - \frac{1}{19^2} \right) \left( 1 - \frac{1}{20^2} \right) = ? \\
 & \left( 1 - \frac{1}{2} \right) \left( 1 + \frac{1}{2} \right) \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \left( 1 + \frac{1}{4} \right) \dots \left( 1 - \frac{1}{19} \right) \left( 1 + \frac{1}{19} \right) \left( 1 - \frac{1}{20} \right) \left( 1 + \frac{1}{20} \right) \\
 & \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \dots \frac{18}{19} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{20} \times \frac{21}{20} \\
 & = \frac{1}{2} \times \frac{21}{20} \\
 & = \frac{21}{40} = \boxed{0.525}
 \end{aligned}$$

संख्या 536407 में निम्न अंकों के जातीय मान लिखिये?

- (i) 5      (ii) 4      (iii) 0.

5 का जातीय मान = 5

4 का जातीय मान = 4

0 का जातीय मान = 0

### विभक्ति के नियम

~~संख्याओं में भाग संक्रिया (Division on numbers)~~  
 XXX XXX XXX

माना किसी संख्या  $a$  को संख्या  $b$  से विभक्त करने पर भागफल  $q$  तथा शेषफल  $r$  हों तब —

$a =$  भाज्य (dividend)

$b =$  भाजक (divisor)

$q =$  भागफल (quotient)

$r =$  शेषफल (remainder)

$$b \overline{) a} \begin{matrix} q \\ \hline r \end{matrix}$$

$$\text{भाज्य} = (\text{भाजक} \times \text{भागफल}) + \text{शेषफल}$$

## विभक्त होने के नियम →

- 2 से - यदि किसी सं० का अंक 0, 2, 4, 6, 8 हो, तो वह सं० 2 से पूर्णतया विभक्त होगी
- 3 से - यदि दी गई सं० के सभी अंकों का योग 3 से पूर्णतया विभक्त हो जाये
- 4 से - यदि दी गई सं० के अन्तिम दो अंक 4 से पूर्णतया विभक्त हों।
- 5 से - यदि दी गई सं० के इकाई का अंक 5 अथवा 0 हो।
- 6 से - यदि दी गई सं० 2 और 3 दोनों से पूर्णतया विभक्त हो।
- 7 से - यदि इकाई अंक को छोड़कर शेष बची सं० में से इकाई का दूगुना घटा देने पर बची सं० 7 से विभक्त तो ही दी गई सं० 7 से विभक्त होगी।
- 8 से - यदि दी गई सं० के अन्तिम तीन अंक 8 से पूर्णतया विभक्त हों।
- 9 से - यदि दी गई सं० के सभी अंकों का योग 9 से पूर्णतया विभक्त हो।
- 10 से - यदि दी गई सं० का अन्तिम अंक शून्य हो।
- 11 से - कोई भी सं० 11 से विभाजित होगी यदि उसके सम स्थान के अंकों का योग का अन्तर या तो 0 हो या 11 से विभाजित हो।

① 1043 को किसी संख्या से भाग देने पर भागफल 11 तथा शेषफल 20 प्राप्त होता है। भाजक ज्ञात कीजिए ?

दिया  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \text{यहाँ भाज्य} &= 1043 \\ \text{भागफल} &= 11 \\ \text{शेषफल} &= 20 \end{aligned}$$

$$\text{भाजक} = \frac{(\text{भाज्य}) - (\text{शेषफल})}{\text{भागफल}} = \frac{1043 - 20}{11} = \frac{1023}{11} = \boxed{93}$$

② 1000 में छोटी से छोटी संख्या जौन-सी धराई जाये कि शेष बची संख्या 19 से पूर्णतया विभक्त हो जाये ?

दिया. 1000 को 19 से भाग देने पर शेषफल = 12

$$19 \overline{) 1000} \begin{array}{r} 52 \\ \underline{95} \\ 50 \\ \underline{38} \\ 12 \end{array} \quad \boxed{\text{अमीदर्य संख्या} = 12}$$

③ किसी सं० को 195 से भाग देने पर 47 शेषफल है इस सं० को 15 से भाग देने पर

शेष क्या बचेगा ?

दिया- माना की गई संख्या को भाग देने पर भागफल = 9  
तथा शेषफल = 47

$$\begin{aligned} \text{तब की गई संख्या} &= 195 \times 9 + 47 \\ &= 15 \times (139) + 15 \times 3 + 2 \\ &= 15 \times (139 + 3) + 2 \end{aligned}$$

अतः इस सं० को 15 से भाग देने पर  
भागफल = 2

Exercise

①  $25 \times 3.25 + 50.4 \div 24 = ?$

ans = 83.35

②  $7690 + 2956 - 8050 + 4020 = ?$

ans = 6616

③  $16 \times 12 - 672 \div 21 = x - 211$

ans = 371

④  $32.5 \times 450 + 26.10 \div 3 - 745.5 = ?$

ans = 522

⑤  $(106 \times 106 - 94 \times 94) = ?$

ans = 2400

⑥  $(207 \times 207 + 269 \times 269 - 2 \times 207 \times 269) = ?$

ans = 324

⑦  $(456 \times 456 + 144 \times 144 + 2 \times 456 \times 144) = ?$

ans = 360000

⑧  $\frac{(509 + 107)^2 - (507 - 107)^2}{509 \times 107} = ?$

ans = 4

⑨  $\frac{(931 + 130)^2 + (931 - 130)^2}{(931 \times 931) + (130 \times 130)} = ?$

ans = 2

⑩  $\frac{(735 \times 735 \times 735 - 105 \times 105 \times 105)}{(735 \times 735 + 735 \times 105 + 105 \times 105)} = ?$

ans = 1100

Q(11)  $(2137)_{753}$  का इकाई अंक क्या होगा ?

ans = 7

Q(12)  $(22)_{23}$  का इकाई अंक क्या होगा ?

ans = 8

Q(13)  $(3694)_{1793} \times (615)_{317} \times (844)_{491}$  में इकाई अंक क्या होगा ?

ans = 0

Q(14) 867943 में 7 के स्थानीय मान तथा जातीय मान में अन्तर =

ans = 6993

Q(15) 689235 में 9 तथा 3 के स्थानीय मानों का अन्तर कितना है =

ans = 8970

Q(16) सबसे छोटी अभाज्य संख्या कौन सी है ?

ans = 2

Q(17) 70 से छोटी अभाज्य संख्याएँ कितनी हैं ?

ans = 18

Sol = .

दशमलव भिन्ने

Decimal Fraction



## दशमलव भिन्न

दशमलव भिन्न = ऐसी भिन्नका हर 10 की घात में हो, दशमलव भिन्न कहलाती है कम लिखते हैं।

$$\frac{1}{10} = 0.1 \quad \frac{2}{10} = 0.2 \quad \frac{3}{10} = 0.3 \quad \frac{4}{10} = 0.4 \quad \dots \quad \frac{9}{10} = 0.9$$

$$\frac{1}{100} = 0.01 \quad \frac{2}{100} = 0.02 \quad \frac{3}{100} = 0.03 \quad \frac{4}{100} = 0.04 \quad \dots \quad \frac{9}{100} = 0.09$$

$$\frac{11}{100} = 0.11 \quad \frac{12}{100} = 0.12 \quad \frac{13}{100} = 0.13 \quad \frac{14}{100} = 0.14 \quad \dots \quad \frac{99}{100} = 0.99$$

$$\frac{1}{1000} = 0.001 \quad \frac{2}{1000} = 0.002 \quad \frac{9}{1000} = 0.009 \quad , \quad \frac{11}{1000} = 0.011 \quad , \quad \frac{12}{1000} = 0.012$$

$$\frac{99}{1000} = 0.099 \quad \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 0.1 \quad \frac{101}{1000} = 0.101 \quad \frac{102}{1000} = 0.102$$

$$\frac{999}{1000} = 0.999$$

नियम - की गई दशमलव भिन्न का अंश में बिना दशमलव

बिन्दु के लिखे तथा हर में दशमलव बिन्दु के नीचे 1 के

साथ उतनी शून्य लगाये जितने दशमलव बिन्दु के बाद के के अंक हैं।

① प्रत्येक भिन्न की साधारण भिन्न में बदले ?

①  $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

②  $6.75 = \frac{675}{100} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$

② सरल कीजिये ?

①  $\frac{9.2}{11.5} = \frac{92}{115} = \frac{92 \div 23}{115 \div 23} = \frac{4}{5}$   
 (92 तथा 115 का म.स. = 23)

②  $\frac{0.252}{0.312} = \frac{252}{312} = \frac{252 \div 12}{312 \div 12} = \frac{21}{26}$   
 (∵ 252 तथा 312 का म.स. = 12)

③ सरल कीजिये -

①  $340 + 36.4 + 9.35 + 0.473 + 0.0067 + 0.8$

$$\begin{array}{r}
 340 \\
 36.4 \\
 9.35 \\
 0.473 \\
 0.0067 \\
 + 0.8 \\
 \hline
 395.0297
 \end{array}$$

②  $82.064 - 37.8962$

$$\begin{array}{r}
 82.0640 \\
 - 37.8962 \\
 \hline
 44.1678
 \end{array}$$

4) सरल करें ?

i)  $24.7156 \times 12$

$247156 \times 12 = 2965872$

अब गुणफल में दशमलव के 4 स्थान लेने पर -

$\boxed{= 296.5872}$

ii)  $0.000865 \times 43$

$= 865 \times 43 = 37195$

अब गुणफल में दशमलव के 6 स्थान लेने पर -

$\boxed{= 0.037195}$

5) सरल करें ?

i)  $0.0221 \div 17$

दशमलव स्थान  $= \frac{0.0221}{17} = \boxed{0.0013}$

ii)  $17.968 \div 8$

$17968 \div 8 = 2246$

दशमलव स्थान  $= 3$

$\therefore 17.968 \div 8 = \boxed{2.246}$

6) i)  $0.0256 \div 0.016$

$\frac{0.0256}{0.016} = \frac{25.6}{16} = \boxed{1.6}$

ii)  $0.01845 \div 0.15$

$\frac{0.01845}{0.15} = \frac{0.01845 \times 100}{0.15 \times 100} = \frac{1.845}{1.5} = \boxed{1.23}$

④ दशमलव भिन्नो को साधारण भिन्नो में बदलते →

$$① \quad 0.3333 \dots = 0.\bar{3} = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$② \quad 0.676767 = 0.\bar{67} = 0.\bar{67} = \boxed{\frac{67}{99}}$$

$$③ \quad 0.325325 = 0.\bar{325} = \boxed{\frac{325}{999}}$$

★ मिश्रित पुनरावृत्त दशमलव भिन्न →  
 ऐसी भिन्न जिसमें दशमलव बिन्दु के बाद कुछ अंकों की पुनरावृत्ति नहीं होती तथा कुछ अंकों की पुनरावृत्ति होती है।  
 मिश्रित पुनरावृत्त दशमलव भिन्न कहलाती है।

★ मिश्रित - पुनरावृत्त दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना  
 एक बार पुनरावृत्त भाग में से अनपुनरावृत्त भाग धराकर शेष में लेते हैं तथा हर में जितने पुनरावृत्त अंक हैं उन्ही बार 9 लेकर उनके मागे शून्य लगाते हैं।

⑤ संख्याओं  $\frac{2}{7}, \frac{3}{8}, \frac{5}{11}, \frac{9}{16}$  को अवरोही क्रम में लिखिये ?

प्रत्येक की 100 सं० को दशमलव भिन्न में व्यक्त करें—

$$\frac{2}{7} = 0.285 \quad , \quad \frac{3}{8} = 0.375 \quad , \quad \frac{5}{11} = 0.454 \quad , \quad \frac{9}{16} = 0.562$$

अवरोही क्रम में लेने पर—

$$0.562 > 0.454 > 0.375 > 0.285$$

$$\text{अतः } \frac{9}{16} > \frac{5}{11} > \frac{3}{8} > \frac{2}{7}$$