



MP-TET

शिक्षक पात्रता परीक्षा

MADHYA PRADESH PROFESSIONAL EXAMINATION BOARD

उच्च प्राथमिक स्तर (विज्ञान वर्ग)

भाग – 3

गणित



INDEX

1. Number system (संख्या पद्धति)	1
2. Decimal fraction (दशमलव भिन्न)	14
3. Indices and surds (घातांक एवं कश्णी)	22
4. Polynomials (बहुपद)	50
5. Algebraic identities (बीजगणितय तदात्मय)	60
6. Simple interest (साधारण ब्याज)	77
7. Compound interest (चक्रवृद्धि ब्याज)	85
8. LCM and HCF (लघुतम समापवर्तक एवं महत्तम समापवर्तक)	95
9. Statistics (सांख्यिकी)	105
10. Percentage (प्रतिशतता)	111
11. Ratio and Proportion (अनुपात एवं समानुपात)	126
12. Simplification (सरलीकरण)	132
13. Time, distance and train (समय, दूरी एवं रेलगाडी)	150
14. Time and work (समय एवं कार्य)	161
15. Geometry (ज्यामितीय)	172
16. Profit, loss and discount (लाभ-हानि व बट्टा)	199
17. Mensuration (क्षेत्रमिति)	221
18. Probability (प्रायिकता)	251
19. Equations (यगुपत, वर्ग, रैखिक, चर अचर)	262
20. Boat and streams (नाव एवं धारा)	272
21. Teaching methods or pedagogy (अध्यापन विधि)	279

NUMBER SYSTEM

संख्या पद्धति

NUMBER SYSTEM

सम संख्याये (Even numbers) \Rightarrow जो प्राकृत संख्याये 2 से पूर्णतया विभक्त हो जाये उन्हें सम संख्याये कहते हैं।

जैसे - 32, 46, 54, 90, 90 आदि

विषम संख्याये (Odd numbers) \Rightarrow जो प्राकृत संख्याये 2 से पूर्णतया विभक्त न हो जाये तो उसे विषम संख्याये कहते हैं। जैसे - 23, 25, 27, 29, 31 आदि

अभाज्य संख्याये (Prime numbers) \Rightarrow ऐसी प्राकृत संख्याये जिसके दो 0 तथा केवल दो गुणखण्ड हो। अभाज्य संख्याये कहलती हैं। जैसे - 100 से कम सभी अभाज्य संख्याये नीची दी गई हैं।

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 इनकी संख्या 25 है।

पूर्णा संख्याये \Rightarrow (Whole numbers)

0 से अनन्त तक संख्याओं को पूर्ण संख्या कहते हैं।

{1, 2, 3, 4, 5, 6 - - - - - }

• सबसे छोटी पूर्ण संख्या = शून्य है।

प्राकृतिक संख्याये \Rightarrow (Natural numbers)

{1, 2, 3, 4, 5 - - - - - ∞ }

जातीय मान (Local Value)

किसी दी संख्या में किसी अंक का जातीय मान उसका अपना मान है चाहे वह किसी भी स्थान पर क्यों न हो

जैसे - संख्या 63578 में 3 का जातीय मान 3 है
6 का जातीय मान 6 है।

स्थानीय मान (Place Value)

किसी की गई संख्या में -

इकाई अंक का स्थानीय मान = (इकाई अंक $\times 1$)

दहाई अंक का स्थानीय मान = (दहाई अंक $\times 10$)

सैकड़ों अंक का स्थानीय मान = (सैकड़ों का अंक $\times 100$) आदि

उदा० \Rightarrow संख्या 32567809 में निम्न अंकों का स्थानीय मान ज्ञात कीजिये ?

- (i) 3 (ii) 5 (iii) 7 (iv) 8 (v) 0

सल \rightarrow इनके तालिका में लिखने पर =

र्रोड	दसलाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़	दहाई	इकाई
3	2	5	6	7	8	0	9

3 का स्थानीय मान = $3 \times 10000000 = 30000000$

5 का स्थानीय मान = $5 \times 100000 = 500000$

7 का स्थानीय मान = $7 \times 1000 = 7000$

8 का स्थानीय मान = $8 \times 100 = 800$

0 का स्थानीय मान = $0 \times 10 = 0$

मुद्द विशेष सूत्र

- (i) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- (ii) $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- (iii) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- (iv) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- (v) $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$
- (vi) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
- (vii) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
- (viii) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- (ix) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & 6704 \times 706 + 6704 \times 214 = ? \\
 & = 6704 \times (706 + 214) \\
 & = 6704 \times 1000 = \boxed{6704000}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & 8765 \times 974 - 8765 \times 074 = ? \\
 & = 8765 \times (974 - 074) \\
 & = 8765 \times 100 = \boxed{876500}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad & 1509 \times 1509 = ? \\
 & (1509)^2 = (1500 + 9)^2 \\
 & = (1500)^2 + (9)^2 + 2 \times 1500 \times 9 \quad [\because (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab] \\
 & = 2250000 + 81 + 27000 \\
 & = \boxed{2277081}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{4} \quad & 1994 \times 1994 = ? \\
 & (2000 - 6)^2 = \\
 & = (2000)^2 + 6^2 - 2 \times 2000 \times 6 \quad [\because (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab] \\
 & = 4000000 + 36 - 24000 \\
 & = 4000000 + 36 - 2400 = 4000036 - 24000 \\
 & = \boxed{3976036}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{5} \quad & 003 \times 003 - 117 \times 117 = ? \\
 & = (003)^2 - (117)^2 \quad [a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\
 & = (003 + 117) (003 - 117) \\
 & = 1000 \times 766 = \boxed{766000}
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{703 \times 703 \times 703 + 217 \times 217 \times 217}{703 \times 703 - 703 \times 217 + 217 \times 217} = ?$$

हल - दिया गया व्यंजक = $\frac{(703)^3 + (217)^3}{(703)^2 - 703 \times 217 + (217)^2}$

$$= \frac{(a^3 + b^3)}{(a^2 - ab + b^2)} \quad , \quad \begin{matrix} \text{जहाँ } a = 703 \\ \text{तथा } b = 217 \end{matrix}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2 + b^2 - ab)}{(a^2 - ab + b^2)}$$

$$\Rightarrow (a+b) = (703 + 217) = \boxed{1000}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{693 \times 693 \times 693 - 303 \times 303 \times 303}{693 \times 693 + 693 \times 303 + 303 \times 303} = ?$$

हल - दिया गया व्यंजक = $\frac{(693)^3 - (303)^3}{(693)^2 + (303)^2 + (693 \times 303)}$

$$= \frac{a^3 - b^3}{a^2 + b^2 + (ab)}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + b^2 + ab)}{(a^2 + b^2 + ab)}$$

$$= (a-b)$$

$$= 693 - 303$$

$$= \boxed{390}$$

⑩ $(6 \times 8 \times 9 \times 2)$ में इकाई का अंग क्या होगा ?

हल → दी गई संख्याओं के इकाई अंकों का गुणनफल =
 $(6 \times 8 \times 9 \times 2) = 864$

अतः अभीष्ट अंक = 4

⑪ $(3527)^{654}$ में इकाई अंक क्या होगा ?

हल → अभीष्ट अंक $(7)^{654}$ में इकाई अंक

= $[(7^4)^{163} \times 7^2]$ में इकाई अंक

= $[1 \times 9]$ में इकाई अंक = 9 = 9

∴ $(3527)^{654}$ में इकाई अंक = 9.

⑫ $(765 \times 6^4 \times 357)$ में इकाई अंक क्या है ?

765 का इकाई अंक = $(7^4)^{16} \times 7$ का इकाई अंक $(1 \times 7) = 7$

6⁴ का इकाई अंक = 6

357 का इकाई अंक = $(3^4)^{14} \times 3$ का इकाई अंक = $(1 \times 3) = 3$

अभीष्ट अंक = $(7 \times 6 \times 3)$ का इकाई अंक = 126 का इकाई अंक = 6

$$\textcircled{1} \quad \left(1\frac{1}{2} + 11\frac{1}{2} + 111\frac{1}{2} + 1111\frac{1}{2} \right) = ?$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + 11 + \frac{1}{2} + 111 + \frac{1}{2} + 1111 + \frac{1}{2} \right)$$

$$= (1 + 11 + 111 + 1111 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2})$$

$$= (1234 + 1 + 1)$$

$$= \boxed{1236} \text{ ans}$$

$$\textcircled{2} \quad \left[\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} \right] = ?$$

$$\left[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right]$$

$$\left[1 - \frac{1}{100} \right]$$

$$\text{ans} \left[\frac{99}{100} \right]$$

$$\textcircled{3} \quad \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{19^2} \right) \left(1 - \frac{1}{20^2} \right) = ?$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{19} \right) \left(1 + \frac{1}{19} \right) \left(1 - \frac{1}{20} \right) \left(1 + \frac{1}{20} \right)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \dots \frac{18}{19} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{21}{20}$$

$$= \frac{21}{40} = \boxed{0.525}$$

संख्या 536407 में निम्न अंकों के जातीय मान लिखिये?

- (i) 5 (ii) 4 (iii) 0.

5 का जातीय मान = 5

4 का जातीय मान = 4

0 का जातीय मान = 0

विभक्ति के नियम

संख्याओं में भाग संक्रिया (Division on numbers)

माना किसी संख्या a को संख्या b से विभक्त करने पर भागफल q तथा शेषफल r हों तब —

$a =$ भाज्य (dividend)

$b =$ भाजक (divisor)

$q =$ भागफल (quotient)

$r =$ शेषफल (remainder)

$$b \overline{) a \begin{matrix} q \\ r \end{matrix}}$$

$$\text{भाज्य} = (\text{भाजक} \times \text{भागफल}) + \text{शेषफल}$$

विभक्त तीन के नियम →

2 से - यदि किसी सं० का अंक 0, 2, 4, 6, 8 हो, तो वह सं० 2 से पूर्णतया विभक्त होगी

3 से - यदि दी गई सं० के सभी अंकों का योग 3 से पूर्णतया विभक्त हो जाये

4 से - यदि दी गई सं० के अन्तिम दो अंक 4 से पूर्णतया विभक्त हों।

5 से - यदि दी गई सं० के इकाई का अंक 5 अथवा 0 हो।

6 से - यदि दी गई सं० 2 और 3 दोनों से पूर्णतया विभक्त हो।

7 से - यदि इकाई अंक जो होकर शेष बची सं० में से इकाई का दुगुना घटा देने पर बची सं० 7 से विभक्त तो ही दी गई सं० 7 से विभक्त होगी।

8 से - यदि दी गई सं० के अन्तिम तीन अंक 8 से पूर्णतया विभक्त हों।

9 से - यदि दी गई सं० के सभी अंकों का योग 9 से पूर्णतया विभक्त हो।

10 से - यदि दी गई सं० का अन्तिम अंक शून्य हो।

11 से - कोई भी सं० 11 से विभाजित होगी यदि उसके सम स्थान के अंकों का योग का अन्तर या तो 0 हो या 11 से विभाजित हो।

① 1043 को किसी संख्या से भाग देने पर भागफल 11 तथा शेषफल 20 प्राप्त होता है। भाजक ज्ञात कीजिए ?

दिया \Rightarrow

$$\begin{aligned} \text{यहाँ भाज्य} &= 1043 \\ \text{भागफल} &= 11 \\ \text{शेषफल} &= 20 \end{aligned}$$

$$\text{भाजक} = \frac{(\text{भाज्य}) - (\text{शेषफल})}{\text{भागफल}} = \frac{1043 - 20}{11} = \frac{1023}{11} = \boxed{93}$$

② 1000 में छोटी से छोटी संख्या जौन-सी धरई जाये कि शेष क्वी संख्या 19 से पूर्णतया विभक्त हो जाये ?

दिया. 1000 को 19 से भाग देने पर शेषफल = 12

$$19 \overline{) 1000} \begin{array}{r} 52 \\ \underline{95} \\ 50 \\ \underline{38} \\ 12 \end{array} \quad \boxed{\text{अमीदर्य संख्या} = 12}$$

③ किसी सं० को 195 से भाग देने पर 47 शेषफल है इस सं० को 15 से भाग देने पर

शेष क्या बचेगा ?

दिया- मान की गई संख्या को भाग देने पर भागफल = 9
तथा शेषफल = 47

$$\begin{aligned} \text{तब दी गई संख्या} &= 195 \times 9 + 47 \\ &= 15 \times (139) + 15 \times 3 + 2 \\ &= 15 \times (139 + 3) + 2 \end{aligned}$$

अतः उस सं० को 15 से भाग देने पर शेषफल
 भागफल = 2

Exercise

① $25 \times 3.25 + 50.4 \div 24 = ?$

ans = 83.35

② $7690 + 2956 - 8050 + 4020 = ?$

ans = 6664

③ $16 \times 12 - 672 \div 21 = x - 211$

ans = 371

④ $32.5 \times 450 + 26.10 \div 3 - 745.5 = ?$

ans = 522

⑤ $(106 \times 106 - 94 \times 94) = ?$

ans = 2400

⑥ $(207 \times 207 + 269 \times 269 - 2 \times 207 \times 269) = ?$

ans = 324

⑦ $(456 \times 456 + 144 \times 144 + 2 \times 456 \times 144) = ?$

ans = 360000

⑧ $\frac{(509 + 107)^2 - (507 - 107)^2}{509 \times 107} = ?$

ans = 4

⑨ $\frac{(931 + 130)^2 + (931 - 130)^2}{(931 \times 931) + (130 \times 130)} = ?$

ans = 2

⑩ $\frac{(735 \times 735 \times 735 - 105 \times 105 \times 105)}{(735 \times 735 + 735 \times 105 + 105 \times 105)} = ?$

ans = 1100

Q(11) $(2137)753$ का इकाई अंक क्या होगा ?
 ans = 3

Q(12) $(22)23$ का इकाई अंक क्या होगा ?
ans = 8

Q(13) $(3694)^{1793} \times (615)^{37} \times (844)^{491}$ में इकाई अंक क्या होगा ?
ans = 0

Q(14) 867943 में 7 के स्थानीय मान तथा जातीय मान में अंतर =
ans = 6993

Q(15) 689235 में 9 तथा 3 के स्थानीय मानों का अंतर कितना है =
ans = 8070

Q(16) सबसे छोटी अभाज्य संख्या जौन सी है ?
 ans = 2

Q(17) 70 से छोटी अभाज्य संख्याएँ कितनी हैं ?
ans = 10

Sol = .

दशमलव भिन्ने

Decimal Fraction

दशमलव भिन्न

दशमलव भिन्न = ऐसी भिन्नका हर 10 की घात में हो, दशमलव भिन्न कहलाती है वम लिखते हैं।

$$\frac{1}{10} = 0.1 \quad \frac{2}{10} = 0.2 \quad \frac{3}{10} = 0.3 \quad \frac{4}{10} = 0.4 \quad \dots \quad \frac{9}{10} = 0.9$$

$$\frac{1}{100} = 0.01 \quad \frac{2}{100} = 0.02 \quad \frac{3}{100} = 0.03 \quad \frac{4}{100} = 0.04 \quad \dots \quad \frac{9}{100} = 0.09$$

$$\frac{11}{100} = 0.11 \quad \frac{12}{100} = 0.12 \quad \frac{13}{100} = 0.13 \quad \frac{14}{100} = 0.14 \quad \dots \quad \frac{99}{100} = 0.99$$

$$\frac{1}{1000} = 0.001 \quad \frac{2}{1000} = 0.002 \quad \frac{9}{1000} = 0.009 \quad , \quad \frac{11}{1000} = 0.011 \quad , \quad \frac{12}{1000} = 0.012$$

$$\frac{99}{1000} = 0.099 \quad \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 0.1 \quad \frac{101}{1000} = 0.101 \quad \frac{102}{1000} = 0.102$$

$$\frac{999}{1000} = 0.999$$

नियम - की गई दशमलव भिन्न का अंश में बिना दशमलव

बिन्दु के लिखे तथा हर में दशमलव बिन्दु के नीचे 1 के

साथ उल्की शून्य लगाये जितने दशमलव बिन्दु के बाद के के अंक हैं।