



REET



राजस्थान शिक्षक पात्रता परीक्षा

Board of Secondary Education, Rajasthan

Level – II

(विज्ञान वर्ग)

भाग – 4 (ब)

गणित



REET LEVEL - 2

CONTENTS

गणित

1.	रेखा तथा कोण	1
2.	समतलीय आकृतियाँ	19
3.	बहुभुज	55
4.	समतलीय आकृतियों का क्षेत्रफल एवं परिमाप	62
5.	पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन (घन, घनाभ, बेलन, शंकु)	124
6.	आँकड़ों का प्रबन्धन	146
7.	सांख्यिकी	174
8.	प्रायिकता	178

गणित – शिक्षण

1.	गणित का अर्थ, प्रकृति एवं तर्कशक्ति	201
2.	गणित की महत्ता	203
3.	गणित की भाषा एवं सामुदायिक गणित	205
4.	शिक्षण सहायक सामग्री	207
5.	गणित की शिक्षण विधियाँ	209
6.	शिक्षण की समस्याएँ	219
7.	मापन एवं मूल्यांकन	220
8.	निदानात्मक एवं उपचारात्मक शिक्षण	228

रेखाएं एवं कोण

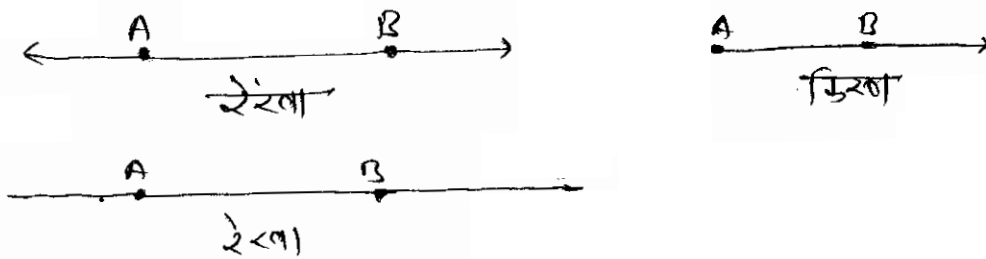
❖ आधारभूत संकल्पनाएँ :- (RBSE Book / NCERT Book class-9 गणित)

ज्यामिति के अध्ययन में तीन आधारभूत संकल्पनाएँ मानी जाती हैं जिनके बिना ज्यामिति का अध्ययन करना संभव नहीं है। ① बिन्दु (•) - बिन्दु को अंग्रेजी वर्णमाला से दर्शाए जाते हैं।

② रेखा :- सरल रेखा दो बिन्दुओं को उनके मध्य स्थित सभी बिन्दुओं को परस्पर सीधे मिलाने हुए खींची हुई दोनों तरफ अनन्त की ओर आगमर होती है।

किरण :- एक प्रारम्भिक बिन्दु से खींची गई रेखा जिसका अन्तिम बिन्दु अनन्त की ओर ले जाया है।

रेखाखण्ड - दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा, रेखाखण्ड कहलाती है।



③ समतल :- वह पृष्ठ जिस पर स्थित किसी दो बिन्दुओं को परस्पर मिलाने हुए एक सरल रेखा खींचने पर उनके मध्य स्थित सभी बिन्दु उस पृष्ठ पर स्थित होते हैं जिसे समतल कहा जाता है।

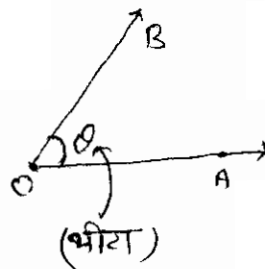
मूल्य बिन्दु :- (RSE Class - 9 - अध्याय Page - 95)

- एक रेखा पर अनन्त बिन्दु होते हैं।
- एक रेखाखण्ड को इच्छानुसार लम्बाई तक बढ़ाया जा सकता है।
- एक बिन्दु से अनन्त रेखाएं खींची जा सकती हैं।
- दो बिन्दुओं से गुजरती हुई एक और केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है।
- एक दी गई रेखा के समान्तर, किसी वाक्य बिन्दु से एक और केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है।
- एक रेखाखण्ड को केवल एक ही बिन्दु पर समद्विभाजित किया जा सकता है।
- एक कोण को केवल एक ही रेखा द्वारा समद्विभाजित किया जा सकता है।

कोण एवं उसका मापन।

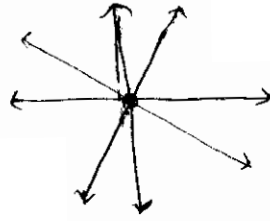
कोण (Angles) :- कोई भी दो किरणें जिनका प्रारम्भिक बिन्दु एक ही हो कोण बनाती हैं। \angle

$\angle AOB = \angle \theta$



कोण मापन की पद्धतियाँ :- RSE Level-2 Maths Page-96, 97-98

✶ संगामी रेखाएँ :- एक बिन्दु पर मिलने वाली रेखाएँ संगामी रेखाएँ कहलाती हैं। तथा वह बिन्दु संगामी बिन्दु कहलाता है।



- संगामी रेखाओं से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होता है।
- इनका अद्वितीय हल होता है।

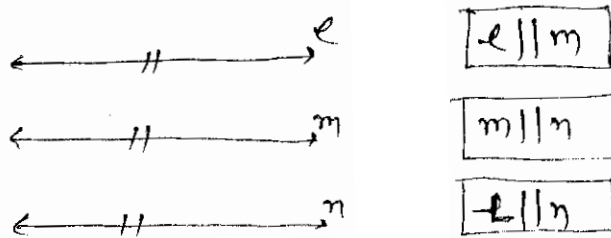
✶ संपाती रेखाएँ :- यदि एक रेखा के ऊपर दूसरी रेखा स्थित होती, उसे संपाती रेखाएँ कहते हैं।



- इनके अन्त हल होते हैं।

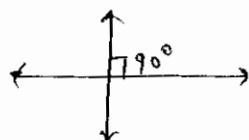
✶ समान्तर रेखाएँ :-

- समान्तर रेखाएँ कभी भी आपस में काटती नहीं हैं।

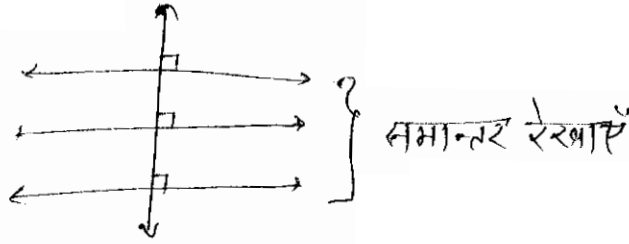


- ये रेखाएँ आपस में समान्तर होती हैं।

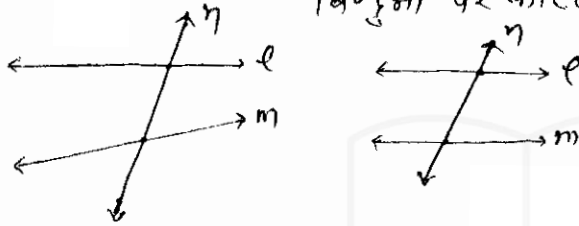
✶ लम्बवत रेखाएँ :- जब दो रेखाएँ एक दूसरे के लम्बवत स्थित होती हैं। दोनों के मध्य 90° का कोण होता है।



- हीरेरंजक एक लम्बवत रेखा खींची गई रेखा समान्तर रेखाएँ होती हैं।

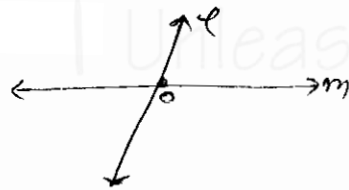


- त्रिर्यङ्घेदी रेखाएँ :- एसी रेखा जो दो या दो से अधिक रेखाओं को अलग-अलग बिन्दुओं पर काटती है।



• त्रिर्यङ्घेदी रेखा 'n' है।

- * प्रतिच्छेदी रेखा :- जब दो रेखा आपस में एक दूसरे को काटती हैं तो वे प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं।

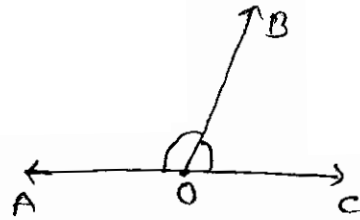


• 'l, m' रेखा 'O' बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

- * • अशून्य कोण → 0 से बड़ा व 90° से छोटा ($0 < \theta < 90^\circ$)
- समकोण → 90° का कोण ($\theta = 90^\circ$)
- आसन्न कोण → 90° से बड़ा तथा 180° से छोटा कोण ($90^\circ < \theta < 180^\circ$)
- सहज कोण → 180° का कोण (सरल कोण) ($\theta = 180^\circ$)
- वृहत् कोण → 180° से बड़ा तथा 360° से छोटा कोण ($180^\circ < \theta < 360^\circ$)
- सम्पूर्ण कोण = $\theta = 360^\circ$

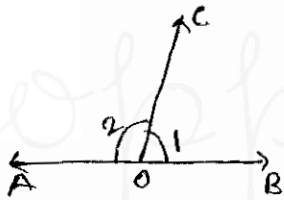
कोणों के प्रकार:-

- ① **आसन्न कोण** - ऐसे दो कोण जिनमें एक भुजा तथा एक शीर्ष उभयनिष्ठ हो तथा दोनों कोण उभयनिष्ठ भुजा के विपरीत हो. आसन्न कोण कहलाता है।

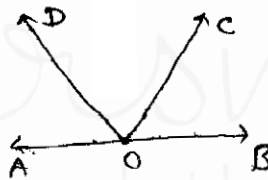


$\angle COB$ तथा $\angle AOB$ दोनों आसन्न कोण युग्म हैं।

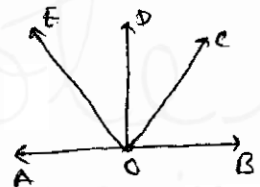
Q. दिये गये चित्रों में आसन्न कोण युग्मों की संख्या है -



आसन्न कोण युग्म - (2)

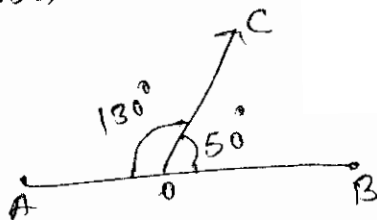


(4)



(10)

नोट:- ऐसे आसन्न कोण जिनमें उभयनिष्ठ भुजा के दोनों रूप बने कोण का योग 180° होता है जिसे रैखिक युग्म कोण कहा जाता है।

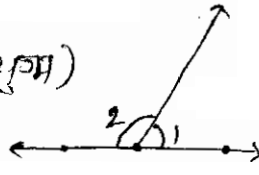


$$\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$$

Que. 1. चिह्नानुसार $\angle 1$ व $\angle 2$ रैखिक कोण युग्म हैं। यदि $\angle 2 - \angle 1 = 18^\circ$ हो, तो $\angle 1$ व $\angle 2$ का मान ज्ञात करें।

हल = $\angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$ (रैखिक कोण युग्म)
 $\angle 2 - \angle 1 = 18^\circ$ (दिया गया है)

$2\angle 2 = 198^\circ$



या $\angle 2 = 99^\circ$

या $\angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$

या $99^\circ + \angle 1 = 180^\circ$

$\angle 1 = 180^\circ - 99^\circ$

$\angle 1 = 81^\circ, \angle 2 = 99^\circ$

Ans

Que. 2] $(2x+4)$ एवं $(x-1)$ अंश माप के कोण रैखिक कोण युग्म हैं, इनका मान ज्ञात करें।

हल $(2x+4) + (x-1) = 180^\circ$ (रैखिक कोण युग्म)

$2x+4+x-1 = 180^\circ$

$3x = 180^\circ - 4 + 1$

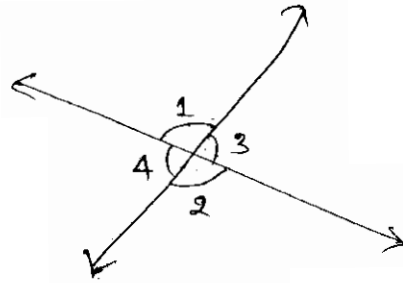
$3x = 177^\circ$

$x = 59$

$(2x+4) = 2(59) + 4 = 122^\circ$
 $(x-1) = 59 - 1 = 58^\circ$

Ans

- ②. शीर्षाभिमुख कोण - यदि दो सरल रेखाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं तो आमने-सामने बने वाले कोण शीर्षाभिमुख कोण कहलाते हैं।



$$\angle 1 = \angle 3$$

$$\angle 2 = \angle 4$$

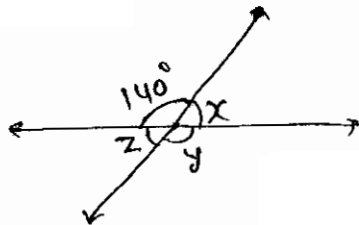
शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।

- यदि दो या दो से अधिक सरल रेखाएँ एक दूसरे को एक ही बिन्दु पर प्रतिच्छेद करे तो प्रतिच्छेद बिन्दु पर बने वाले सभी कोणों का योग 360° होता है।

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$$

- शीर्षाभिमुख कोणों के अर्द्ध एक सरल रेखा में होते हैं।

Ques- चित्र से $\angle x$, $\angle y$ व $\angle z$ का माप ज्ञात कीजिए।



हल:- $\angle x + \angle y + \angle z + 140^\circ = 360^\circ$ (प्रतिच्छेद बिन्दु के चारोंतरफ बने कोणों का योग 360° होता है)

$\angle y = 140^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$$\angle x + 140^\circ = 180^\circ \text{ (रैखिक कोण युग्म)}$$

$\angle x = 40^\circ$

$$\angle x = \angle z \quad (\text{शिर्षाभिमुख कोण})$$

$$\angle x = \angle z = \angle 40^\circ$$

$\angle x = 40^\circ \quad \angle y = 140^\circ \quad \angle z = 40^\circ$

Ans

③ पूरक / कोटिपूरक / अनुपूरक कोण (Complementary Angle)

एसे दो कोण जिनका योग 90° हो, वो एक दुसरे के पूरक कोण होते हैं।



θ (धीरा)

$$\begin{aligned} \angle \theta_1 + \angle \theta_2 &= 90^\circ \\ \angle \theta_1 &= 90^\circ - \angle \theta_2 \\ \angle \theta_2 &= 90^\circ - \angle \theta_1 \end{aligned}$$

④ सम्पूरक / परिपूरक कोण (Supplementary Angle) :

एसे दो कोण जिनका योग 180° हो, वे एक दुसरे के सम्पूरक कोण कहलाते हैं।



$$\begin{aligned} \angle 1 + \angle 2 &= 180^\circ \\ \angle 1 &= 180^\circ - \angle 2 \\ \angle 2 &= 180^\circ - \angle 1 \end{aligned}$$

Ques- दो पूरक कोणों में, एक पूरक कोण, दूसरे पूरक कोण का दुगुना है तो दोनों कोणों का माप बताओ?

हल: माना दूसरा कोण x° है.

पहला कोण = $2x$

$$x + 2x = 90 \quad (\text{पूरक कोणों का योग } 90^\circ)$$

$$3x = 90^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

पहला कोण = 30°
 दूसरा कोण = $30^\circ \times 2 = 60^\circ$

Ans

Ques. यदि $(2x+1)$ तथा $(x+2)$ परस्पर पूरक कोण हैं तो दोनों कोणों का मान ज्ञात करो।

हल:- $2x+1 + x+2 = 90^\circ$ (पूरक कोणों का योग 90°)

$$3x + 3 = 90^\circ$$

$$3x = 87^\circ$$

$$x = 29^\circ$$

$(2x+1) = 2(29) + 1 = 59^\circ$
 $(x+2) = 29 + 2 = 31^\circ$

Ans

Ques. दो सम्पूरक कोणों का अनुपात $4:5$ है, तो प्रत्येक सम्पूरक कोण का मान होगा ?

हल: दो सम्पूरक कोणों का अनुपात $4:5 = 4x, 5x$

$$4x + 5x = 180^\circ \quad (\text{दो सम्पूरक कोणों का योग } 180^\circ)$$

$$\Rightarrow 9x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 20^\circ$$

$4x = 4(20) = 80$ $5x = 5(20) = 100$	<u>Ans</u>
---	------------

Ques. सम्पूरक कोणों में एक कोण दूसरे कोण का $\frac{7}{8}$ है तो इन दोनों कोणों में अन्तर होगा?

हल: दोनों सम्पूरक कोणों का योग $8+7=15$

$$\Rightarrow 8x + 7x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 15x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 12^\circ} \Rightarrow \begin{matrix} 8x = 96^\circ \\ 7x = 84^\circ \end{matrix}$$

$$\text{अन्तर} = 8x - 7x = x$$

$$\boxed{x = 12^\circ} \text{ Ans.}$$

Ques. यदि $2x+5$ तथा $x+13$ एक दूसरे के सम्पूरक कोण हैं तो x का मान होगा?

$$\text{हल} = (2x+5) + (x+13) = 180^\circ \text{ (सम्पूरक कोणों का योग } 180^\circ \text{)}$$

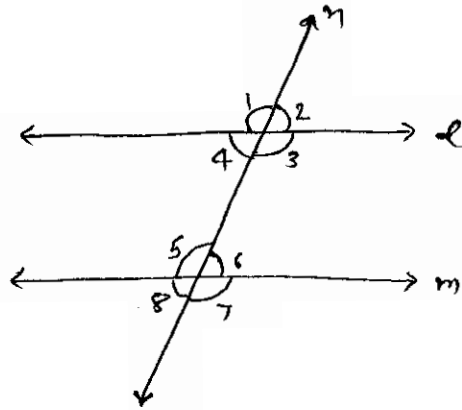
$$3x + 18 = 180^\circ$$

$$3x = 162^\circ$$

$$\boxed{x = 54^\circ}$$

<p>पहला कोण = $2x+5 = 113^\circ$ दूसरा कोण = $x+13 = 67^\circ$</p>	<u>Ans</u>
---	------------

④ समान्तर रेखाएँ और तिर्यक रेखा से बने कोण:-



(i) संगत कोण

$$\begin{aligned} \angle 1 &= \angle 5 \\ \angle 2 &= \angle 6 \\ \angle 4 &= \angle 8 \\ \angle 3 &= \angle 7 \end{aligned}$$

(ii) एकान्तर कोण

$$\left. \begin{aligned} \angle 1 &= \angle 7 \\ \angle 2 &= \angle 8 \end{aligned} \right\} \text{बाह्य एकान्तर कोण}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle 3 &= \angle 5 \\ \angle 4 &= \angle 6 \end{aligned} \right\} \text{अन्तः एकान्तर कोण}$$

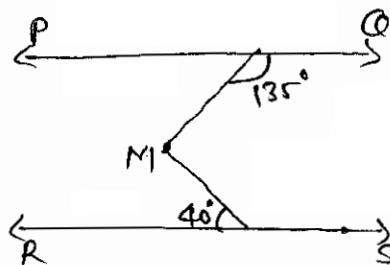
(iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर अंग कोण

$$\left. \begin{aligned} \angle 4 + \angle 5 &= 180^\circ \\ \angle 3 + \angle 6 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \text{अन्तः कोण}$$

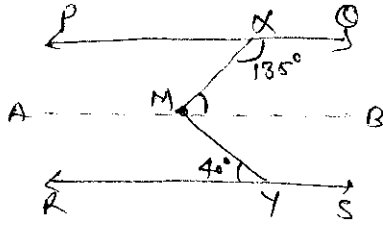
$$\left. \begin{aligned} \angle 1 + \angle 8 \\ \angle 2 + \angle 7 \end{aligned} \right\} \text{बाह्य कोण}$$

Ques. -

आकृति में यदि $PQ \parallel RS$, $\angle MXQ = 135^\circ$ और $\angle MYR = 40^\circ$ हैं तो $\angle XMY$ ज्ञात करें।



हल:



बिन्दु M से होकर PQ तथा RS के समान्तर रेखा AB खींचने से

$AB \parallel RS$

$$\angle X M + \angle X M B = 180^\circ$$

$$135^\circ + \angle X M B = 180^\circ$$

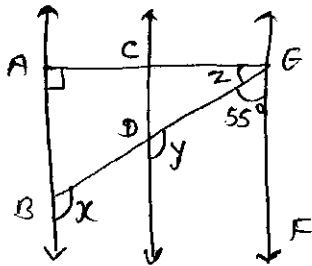
$$\boxed{\angle X M B = 45^\circ}$$

$$\angle M X R = \angle B M Y \quad (\text{अन्तः सन्निकट कोण})$$

$$40^\circ = \angle B M Y$$

$$\angle X M Y = 45^\circ + 40^\circ = \boxed{85^\circ} \text{ अन्तः}$$

Que. चित्र में $AB \parallel CD$ और $CD \parallel EF$ हैं। साथ ही, $EA \perp AB$ है। यदि $\angle BEF = 55^\circ$ हैं, तो x, y तथा z का मान ज्ञात कीजिए।



हल:- $y + 55^\circ = 180^\circ$ (समान्तर रेखा के एकतरफु वने अन्तः कोण)

$$\boxed{y = 125^\circ}$$

$$\boxed{x = y} \quad (\text{संगत कोण})$$

$$\boxed{x = 125^\circ}$$

∴ $AB \parallel CD$ तथा $CD \parallel EF$ हैं, इसलिए $AB \parallel EF$

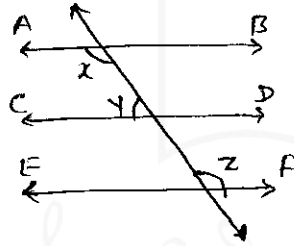
अतः $\angle FAB + \angle FEA = 180^\circ$ (विपरीत रैखों EA के एक ही ओर बने अन्तःकोण)

$$90^\circ + z + 65^\circ = 180^\circ$$

$$z = 180 - 145^\circ$$

$$\boxed{z = 35^\circ} \text{ Ans}$$

Ques. यदि $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$ और $y:z = 3:7$ हैं तो x का मान लैगा



दल:- $AB \parallel CD$
 $CD \parallel EF$ } दिया गया है

अतः $AB \parallel EF$

$$\angle x = \angle z \quad (\text{एकान्तर अन्तःकोण})$$

$y = 3k$ तथा $z = 7k$ मानने पर

$$\angle x + \angle y = 180^\circ \quad (\text{विपरीतरैखों के एक ओर के अन्तःकोण})$$

$$\angle y + \angle z = 180^\circ \quad [\because \angle x = \angle z]$$

$$3k + 7k = 180^\circ$$

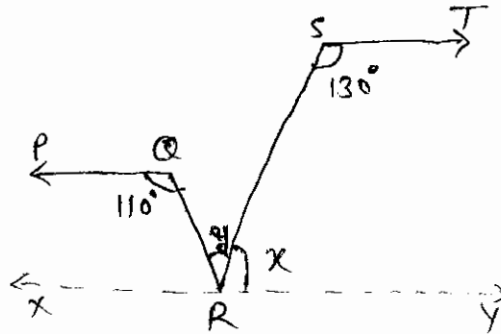
$$10k = 180^\circ$$

$$\boxed{k = 18^\circ}$$

$$x = z = 7k = 7 \times 18 = 126^\circ$$

$$\boxed{\angle x = 126^\circ} \text{ Ans}$$

Ques. यदि $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$ और $\angle RST = 130^\circ$ हैं तो $\angle QRS$ ज्ञात करो ?



हल: बिन्दु R से xy रेखा PQ व ST के समान्तर रक्तियों पर

$PQ \parallel ST$ } दिया गया है जिसमें (xy खींची गई है)
 $xy \parallel ST$ }

अतः $PQ \parallel xy$

$\angle RST + \angle SRY = 180^\circ$ (एक ही ओर के अन्तःकोणों का योग)

$$130^\circ + x = 180^\circ$$

$$\boxed{x = 50^\circ}$$

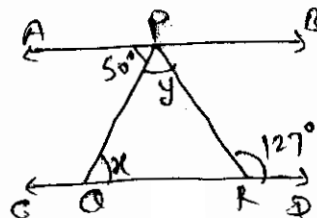
$\therefore \angle PQR = \angle QRY$ (समान्तर कोण)

$$110^\circ = \angle y + \angle x$$

$$110^\circ = \angle y + 50^\circ$$

$$\boxed{\angle y = 60^\circ} \text{ Ans}$$

Ques. यदि $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PQR = 127^\circ$ हैं तो x व y का मान ज्ञात करो ?



हल: $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$

$AB \parallel CD$ (दिया गया है)

$\therefore \angle APQ = \angle PQR$ (एकान्तर कोण)

या $x = 50^\circ$

पुनः $\angle APR = \angle PRD$ (एकान्तर कोण)

या $y + 50^\circ = 127^\circ$

या $y = 127^\circ - 50^\circ$

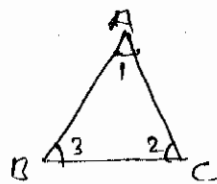
या $y = 77^\circ$

$x = 50^\circ \quad y = 77^\circ$

Ans

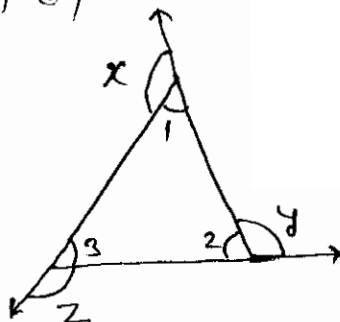
* त्रिभुज का कोण योग गुण :-

- किसी त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।



$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

- यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाई जाए, तो इस प्रकार बना बाह्यकोण दोनो अंतः भ्रुजसमूह (विपरीत) कोणों के योग के बराबर होता है।



$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180$

$\angle x = \angle 2 + \angle 3$

$\angle y = \angle 1 + \angle 3$

$\angle z = \angle 1 + \angle 2$